

相対論プラズマの粗視化エントロピーについて

中村 匡 [1]
[1] 福井県大

On Relativistic Coarse-grained entropy

Tadas Nakamura[1]
[1] FPU

<http://mira.bio.fpu.ac.jp/tadas>

There has been a long controversy on the entropy of collisionless plasmas since the very beginning of plasma physics, and the final solution is still yet to come. One difficulty of collisionless entropy is the reversibility of the basic equation. The basic equation of an collisionless system is the Vlasov equation, and it is symmetric in time reversal. Therefore, when we define an entropy based on the distribution function in the Vlasov equation, it becomes time constant. The coarse-graining procedure is usually used to avoid this difficulty. When we average out fine scale structures of the distribution function, the resulting entropy may vary as time goes on.

When we try to apply this coarse-graining procedure to a relativistic plasma, there arises another problem: time-space decomposition. The coarse-graining procedure is done by averaging the distribution function over a small spacelike volume in the phase space. However, the definition of a spacelike volume is frame dependent in relativity.

A distribution function $f(x,p,t)$ is often used in relativistic plasma physics because it can be shown its value is unchanged under the Lorentz transform, that is, $f'(x',v',t') = f(x,p,t)$, where dash marks represent change of reference frame. However, this does not mean $f'(x',v',t')dx'dv' = f(x,p,t)dxdv$ because the phase space volume element $dxdp$ is not Lorentz invariant; it is a spacelike volume that depends on the choice of a frame.

Therefore, the averaging of coarse-graining must be on the different small spacelike volume. Starting from more fundamental kinetic expression proposed by Hakim [1967], the relativistic coarse-grained entropy and its relation to the Lorentz transform are investigated in the present study. It is shown that the entropy can be reasonably defined when the distribution is close to the local equilibrium.

宇宙空間にひろく存在するプラズマは、その構成粒子の衝突頻度が極端にひくいことから、普段われわれが使う熱力学的概念をそのまま適用することができない場合が多い。特にエントロピーに関しては20世紀の前半から種々の議論がなされているにもかかわらず、いまだに統一的な理解が得られていない。無衝突プラズマのエントロピーで、とくに問題になるのは、基礎方程式の可逆性と現象としての不可逆性である。基礎方程式であるブラソフ方程式は時間反転に対して対象であり、したがって、その分布関数から計算したエントロピーは不変であることが示される。それに対して、われわれの知る無衝突プラズマ中の現象はあきらかに不可逆である場合が多い。

この困難を解決するのに、よく用いられる手法が粗視化である。ブラソフ方程式の分布関数を、位相空間内での微小体積で平均し、粗視化した分布関数からエントロピーを計算すると、これが時間変化するようになる(単調増加である保証はいまのところない)。ところが、この粗視化の手法を相対論的プラズマに応用しようとすると、別の困難が生じる。粗視化のための平均にもちいる「位相空間内の微小体積」というのは、純粹に空間的(pure-spacelike)な体積であるが、これはローレンツ変換によって別の系から見ると時間成分と混合するからである。

そもそも、相対論プラズマの場合、分布関数が $f(x,v,t)$ と書けることも自明なことではない。しかるべき計算をするとこの分布関数の値がローレンツ変換によって変わらない [$f'(x',v',t') = f(x,p,t)$; ダッシュはローレンツ変換をあらわす] ことが示せるが、これを位相空間内の微小体積 $dxdp$ をとって $f'(x',v',t')dx'dv' = f(x,p,t)dxdv$ と書くことはできない。空間体積はローレンツ不変の概念ではないので、たとえば、体積 dx を別の系から見ると dx' の成分と dt' の成分が混合したものになるからである。

したがって、粗視化の手続きに必要な平均操作もローレンツ不変な概念ではなくなるはずである。本研究では違う系の中での粗視化のプロセスを吟味し、無衝突エントロピーとローレンツ変換の関係を調べる。結果として、プラズマの分布が局所平衡に近ければ、粗視化エントロピーは定義できると考えられる。