相対論的熱平衡分布の統計力学的温度

中村 匡 [1]
[1] 福井県大

On Covariant Equilibrium Distribution

Tadas Nakamura[1]
[1] FPU

http://mira.bio.fpu.ac.jp/tadas/

Relativistic thermodynamics and statistical mechanics have controversial issues even today, more than a hundred years after the establishment of the relativistic theory. The controversy exists not only on the advanced applications but also on the very basic and fundermental concepts. For example, there are several different definitions on the relativistic temperature and there is not general agreement yet; some authors even claim the concept of temperature cannot be well defined in relativity at all.

Similar confusion exists in the statistical equilibrium particle distribution in relativity. The distribution function proposed by Juttner (1911) was widely accepted as the equilibrium distribution in relativity. This distribution has been often applied to the linear plasma kinetics as the background distribution. However, Horwitz at al. (1989) argued that the equilibrium distribution must be the stationary solution to the relativistic Boltzmann equation, and the Juttner's distribution is not. A number of papers has been published following this argument, and the controversy is still going on.

Any theory in relativity must be covariant under the Lorentz transform, and the best way to demonstrate convariance is to write down all physical quantities as covariant tensors, However, quantities on relativistic thermodynamics or statistical mechanics are often expressed in a frame-dependent way, and it causes confusion. The particle distribution function, for instance, is often treated in the same way as in the non-relativistic theory, however, it is frame-dependent. Since a distribution function can be regarded as a density flux in a eight dimensional symplectic spece, it must be treated as a vector with eight components (see, e.g., Hakim, 1967).

The same thing can be true for the relativistic temperature. Though there still exists confusion, many authors (including myself) believe the inverse temperature defined as a four vector (van Kampen 1968, Israel 1976, 1981) is the one of the best, if not the best, way to define the temperature in a covariant way. However, it may not well recognized when the argument comes to the relativistic statistical mechanics.

The purpose of the present study is to write down the possible relativistic equilibrium distribution in the form of a covariant tensor with the convariant temperature. Consequences to the plasma kinetic theories will be also discussed.

Hakim, R., J. Math. Phys. 8 (1967) 1315.
Horwitz, L.P., S. Shashoua and W.C. Schieve, Physica A 161 (1989) 30.
Israel, W., Ann. Phys., 100 (1976), 310; Physica, 106A (1981), 204.
Juttner, F., Ann. Phys. 34 (1911) 856.
van Kampen, N.G, Phys. Rev., 173 (1968), 295.

特殊相対性理論と平衡系の熱・統計力学はともに長い歴史をもち，それぞれ別個の基礎部分は疑義なく完成されている。しかしながら，相対論的熱・統計力学となると，たとえば，温度などの熱力学変数のローレンツ変換はどうなるのかなどのきわめて基礎的な部分でさえ，21 世紀になった今日でも論争が続いている。統計力学平衡状態にある粒子分布関数に関する問題も例外ではなく，いまだに研究者の間での合意がない状態である。

特殊相対性理論が成立してすぐに提案された平衡分布 [Juttner, 1911] は最大エントロピー分布であり，20 世紀の後半まではこれが相対論的平衡分布と考えられていた。現在でも，宇宙空間プラズマ波動の運動論的線形計算で，ゼロ次の粒子分布はこの分布に基づいている場合が多い。しかし，1980 年代になると，これが相対論的 Boltzman 方程式の定常解ではないとの主張がなされ [Horwitz et al, 1981]，論争は今日まで続いている。

このような論争の中で，基本的な熱・統計力学量が共変的なテンソルの形で書かれていないために，しばしば混乱が生じているケースがみうけられる。本研究では，分布関数と温度の共変的な表現について考察する。分布関数というのは基本的にある点での密度量であり，したがって，相対論では四元ベクトルとしてあつかわなければならない。整合性があるあつかいをするには，分布関数が運動量空間内での密度量でもあることを考慮して，シンプレクティック空間内でのフラックスベクトルとみなす必要がある [Hakim, 1967]。しかし，実際にはこの事情が明示的に認識されていないこと

が多く，非相対論の場合と類似の扱いがなされている場合がみうけられる。

共変的な温度については，相対論的熱力学の長い混乱の歴史があり，いまだに「新理論」を提案する論文が出版されている状況である。これについては van Kampen と Israel の提案がもっとも合理的な定義であると考える研究者が多い（講演者もそのひとりである）が，統計力学的に平衡分布を議論するときには，この認識が必ずしも広く共有されているとは言えない。講演では共変的に矛盾のない分布関数と温度の定義について考察し，それから示唆される統計力学的平衡分布を議論する。また，その平衡分布に基づくプラズマ運動論についても考える。

Hakim, R., J. Math. Phys. 8 (1967) 1315.
Horwitz, L.P., S. Shashoua and W.C. Schieve, Physica A 161 (1989) 30.
Israel, W., Ann. Phys., 100 (1976), 310; Physica, 106A (1981), 204.
Juttner, F., Ann. Phys. 34 (1911) 856.
van Kampen, N.G, Phys. Rev., 173 (1968), 295.