

Boris 修正 MHD 方程式に対する HLLD 近似リーマン解法

三好 隆博 [1]; 草野 完也 [2]

[1] 広大院・理・物理; [2] 地球シミュレータセンター

The HLLD Riemann solver for the Boris-corrected MHD equations

Takahiro Miyoshi[1]; Kanya Kusano[2]

[1] Grad. Sch. Sci., Hiroshima Univ.; [2] ESC/JAMSTEC

In next-generation ultra-large-scale MHD simulations, some numerical problems that have been disregarded in the present low-resolution simulations will arise. One of the important issues in the global magnetospheric simulation is to reduce the severe time step limitation with an increase of the resolution. Particularly, numerical techniques to reduce its limit is necessary for real-time space weather prediction.

Although an implicit time integration method is unconditionally stable in principle, it is difficult to apply it to the realistic simulation because of the nonlinearity of the MHD equations and the divergence-free condition of the magnetic field. Moreover, there are many unsettled problems in connection with the application to next-generation grid models such as a nested grid, an adaptive mesh refinement grid, an overset grid and so on.

On the other hand, correcting the MHD equations appropriately, it may allow a large time step even for an explicit time integration method. Especially in the global magnetospheric simulation, the time step is limited by the Alfvén speed at the inner boundary. However, since the Alfvén speed in the near-Earth region becomes of the order of the speed of light, the classical MHD equations are not appropriate any longer. Therefore, in order to limit the wave speeds lower than the speed of light, Boris [1970] introduced the semirelativistic MHD equations and its simplification. In particular, he proposed that by artificially lowering the speed of light a large time step can be realized for an explicit method.

In this study, the HLLD Riemann solver [Miyoshi and Kusano, 2005] for the conservative Boris-corrected MHD equations [Gombosi et al., 2002] is newly proposed. Under the assumption that the normal velocity and the total pressure are constant in the Riemann fan, we successfully derive the jump conditions for the Boris-corrected MHD equations and those algebraic solutions. The new solver can be constructed with a minimum correction of the original HLLD solver. The effectiveness of the solver will be shown theoretically and numerically.

次世代の超大規模 MHD シミュレーションでは、従来の格子解像度の低い MHD シミュレーションでは無視されてきた様々な数値的問題が顕著になると予想される。磁気圏グローバルシミュレーションにおける課題の一つは、格子解像度の増加に伴う時間刻み幅の厳しい制限を緩和することにある。特に、宇宙天気をリアルタイムに高い精度で予報するためには、時間刻み幅制限の緩和は必須の数値技術となる。

時間刻み幅の制限を緩和する数値技術の一つである陰解法は、原理的には時間刻み幅に依存せず無条件安定である。しかし、MHD 方程式の非線形性や磁場の無発散条件から陰解法の構築は容易ではなく、また、次世代シミュレーションでは導入が不可欠なマルチグリッド法や解適合格子法、重合格子法など新しい格子法への拡張可能性について、定式化及び超並列計算機への実装の両面において数多くの難問を抱える。

一方、MHD 方程式を適切に修正することにより、陽解法に基づく時間刻み幅制限の緩和が可能になる。磁気圏グローバルシミュレーションでは、時間刻み幅は内部境界におけるアルヴェン波（厳密には速進波）の速度により制限される。しかし、地球近傍ではアルヴェン速度が光速に近づき、もはや通常の MHD 方程式は成立しない。そこで Boris[1970] は準相対論的 MHD 方程式とその簡易的な近似を導入し、アルヴェン速度に対し物理的に適切な制限を設けた。特に、人工的に光速を小さく設定することで波の速度をさらに抑制し、陽解法においても時間刻み幅の制限を大きく緩和可能であることを示した。

そこで本研究では、保存型の Boris 修正 MHD 方程式 [Gombosi et al., 2002] に対する HLLD 近似リーマン解法 [Miyoshi and Kusano, 2005] を新たに提案する。Boris 修正 MHD 方程式に対して、リーマンファン内における法線方向速度及び全圧力が定数となる適切なジャンプ条件を導出し、代数解を得ることに成功した。本計算法はオリジナルの HLLD 法に対して最小限の補正で構築可能である。本講演では、本計算法の基本的性質を理論的に検証すると共に、数値実験を通して有効性を確認する。