多次元 MHD 解法に対する適切なプロジェクション法

三好 隆博 [1]; 草野 完也 [2] [1] 広大院・理・物理; [2] 地球シミュレータセンター

A proper projection method for multi-dimensional MHD solvers

Takahiro Miyoshi[1]; Kanya Kusano[2] [1] Grad. Sch. Sci., Hiroshima Univ.; [2] ESC/JAMSTEC

A proper treatment of the projection method, which is one of the most effective divergence cleaning method for multidimensional MHD solvers, is discussed.

In space plasmas, shocks and discontinuities are often generated. Although shock capturing schemes are required in order to capture shocks and discontinuities exactly, straightforward multi-dimensional extension of MHD solvers sometimes leads an inappropriate numerical solution that breaks the solenoidal condition of the magnetic field. Therefore, various divergence cleaning methods for multi-dimensional MHD solvers have been proposed so far.

Since the projection method can satisfy the solenoidal condition with arbitrary precision by solving a poisson equation with arbitrary precision numerically, the solution of the projection method has been used as a reference solution for other divergence cleaning methods. In low beta plasmas, however, the positivity of the pressure may not be preserved because the corrected magnetic energy density can become larger than the total energy density. Also, it is susceptible to odd-even decoupling in order to clean the magnetic divergence completely in the discrete level.

In this study, only the perpendicular component of the magnetic field on the cell boundary, rather than the magnetic field vector in the cell, is corrected by the projection method. Therefore, the magnetic energy in the cell is simply computed from the original MHD solvers with no modification, and a property of the original solvers may be succeeded to. Furthermore, in this method, odd-even decoupling can be avoided while satisfying the solenoidal condition in the discrete level. Numerical tests show that the present method gives a solution quite similar to the original projection method though the magnetic field in itself is not corrected.

宇宙プラズマにおいては、衝撃波等の不連続構造がしばしば形成される。それ故、近年、MHD 方程式に対する衝撃波 捕獲法に関する理論研究が進展し、現実的な配位の宇宙プラズマシミュレーション研究に対しても、先進的な衝撃波捕獲 法が実際に適応されるようになってきた。しかしながら、特別な離散化法を除き、多次元 MHD 解法では、一般に、磁場 のソレノイダル条件を維持することができない。そのため、数値的単磁極を除去する様々な補正手法が提案されてきた。 特に、プロジェクション法は、単磁極をソース項に持つポアソン方程式を任意の精度で数値的に解くことにより、任 意の精度でソレノイダル条件を満足させることができ、それ故、標準的な数値的単磁極除去法として広く利用されてい る。しかしながら、特に低ベータプラズマにおいては、補正磁場から評価される磁気エネルギーが全エネルギーより大 きくなり得るため、圧力の正値性維持が極めて困難になる。また、厳密にソレノイダル条件を満たし得るポアソン方程 式の離散化法においては、解に数値振動(odd-even decoupling)が発生する可能性もある。

そこで本研究では、セル内における磁場の平均値に対してでなく、セル境界上の磁場に対してプロジェクション法を適応し、セル境界磁場の法線方向成分のみを補正する。セル内磁場は、未補正の MHD 解法に基づき直接計算されるため、基礎解法の性質を継承し得ると考えられる。また、ソレノイダル条件を離散化状態において満足させつつ、odd-even decoupling が完全に除去される。数値実験より、セル境界磁場の法線方向成分のみが補正されているにも関わらず、本手法は従来のプロジェクション法と極めて同等の数値解を与えることが明らかになった。